

Г.И. Левиев  
М.Р. Трунин

---

Учебное пособие

# Физика: научись решать задачи сам



Издательский дом  
Высшей школы экономики  
МОСКВА, 2022

# ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие.....	7
Введение. Векторы в физике.....	9
Сложение векторов .....	9
О проекции вектора на ось.....	11
Умножение векторов.....	12

## ЧАСТЬ 1

### ЗАДАЧИ И ПОДСКАЗКИ 17

1. Механика .....	19
1.1. Основные формулы и определения .....	19
1.1.1. Кинематика .....	19
1.1.2. Динамика.....	24
1.1.3. Статика .....	28
1.1.4. Законы сохранения .....	31
1.1.5. Механические колебания и волны .....	34
1.2. Задачи .....	37
1.2.1. Кинематика .....	37
1.2.2. Динамика.....	53
1.2.3. Статика .....	62
1.2.4. Законы сохранения .....	74
1.2.5. Механические колебания и волны.....	81
1.3. Указания к решению задач.....	88
1.3.1. Кинематика .....	88
1.3.2. Динамика.....	95
1.3.3. Статика .....	99
1.3.4. Законы сохранения .....	107
1.3.5. Механические колебания и волны .....	112
2. Молекулярная физика и термодинамика .....	118
2.1. Основные формулы и определения .....	118
2.1.1. Молекулярная физика.....	118
2.1.2. Термодинамика.....	121

2.2. Задачи .....	124
2.2.1. Молекулярная физика .....	124
2.2.2. Термодинамика .....	130
2.3. Указания к решению задач .....	141
2.3.1. Молекулярная физика .....	141
2.3.2. Термодинамика .....	144
3. Электродинамика .....	149
3.1. Основные формулы и определения .....	149
3.1.1. Электрическое поле .....	149
3.1.2. Постоянный ток .....	153
3.1.3. Магнитное поле .....	157
3.1.4. Электромагнитная индукция .....	160
3.1.5. Электромагнитные колебания .....	162
3.1.6. Оптика .....	165
3.2. Задачи .....	169
3.2.1. Электрическое поле .....	169
3.2.2. Постоянный ток .....	183
3.2.3. Магнитное поле .....	201
3.2.4. Электромагнитная индукция .....	208
3.2.5. Электромагнитные колебания .....	215
3.2.6. Оптика .....	229
3.3. Указания к решению задач .....	244
3.3.1. Электрическое поле .....	244
3.3.2. Постоянный ток .....	252
3.3.3. Магнитное поле .....	259
3.3.4. Электромагнитная индукция .....	264
3.3.5. Электромагнитные колебания .....	268
3.3.6. Оптика .....	275
4. Основы специальной теории относительности .....	284
4.1. Основные формулы и определения .....	284
4.2. Задачи .....	286
4.3. Указания к решению задач .....	290
5. Квантовая физика и астрофизика .....	293
5.1. Основные формулы и определения .....	293
5.1.1. Корпускулярно-волновой дуализм .....	293

5.1.2. Физика атома .....	294
5.1.3. Физика атомного ядра .....	295
5.1.4. Элементы астрофизики .....	296
5.2. Задачи .....	297
5.2.1. Корпускулярно-волновой дуализм .....	297
5.2.2. Физика атома .....	303
5.2.3. Физика атомного ядра .....	306
5.2.4. Элементы астрофизики .....	309
5.3. Указания к решению задач .....	316
5.3.1. Корпускулярно-волновой дуализм .....	316
5.3.2. Физика атома .....	319
5.3.3. Физика атомного ядра .....	321
5.3.4. Элементы астрофизики .....	323

## ЧАСТЬ 2

### РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ

325

6. Механика .....	327
6.1. Кинематика .....	327
6.2. Динамика .....	365
6.3. Статика .....	387
6.4. Законы сохранения .....	414
6.5. Механические колебания и волны .....	435
7. Молекулярная физика и термодинамика .....	453
7.1. Молекулярная физика .....	453
7.2. Термодинамика .....	465
8. Электродинамика .....	482
8.1. Электрическое поле .....	482
8.2. Постоянный ток .....	520
8.3. Магнитное поле .....	548
8.4. Электромагнитная индукция .....	567
8.5. Электромагнитные колебания .....	580
8.6. Оптика .....	606

9. Основы специальной теории относительности.....	650
10. Квантовая физика и астрофизика .....	661
10.1. Корпускулярно-волновой дуализм .....	661
10.2. Физика атома .....	671
10.3. Физика атомного ядра .....	678
10.4. Элементы астрофизики .....	682

# ПРЕДИСЛОВИЕ

Пособие «Физика: научись решать задачи сам» ориентировано на целенаправленную подготовку к Единому государственному экзамену (ЕГЭ) по физике в школе и дополнительному вступительному испытанию (ДВИ) при поступлении на физический факультет некоторых университетов. Серьезная самостоятельная работа с пособием позволит школьнику не только набрать высокие баллы на ЕГЭ и поступить в желаемый университет, но и плавно перейти к изучению там современного курса физики.

Ежегодно около 15–17% выпускников школ сдают ЕГЭ по физике. Встает вопрос о наиболее эффективной технологии подготовки к ЕГЭ и ДВИ в условиях ограниченного времени. Сегодня имеются рынок репетиторов, множество пособий для подготовки к ЕГЭ по физике, есть сайты в Интернете, где приведены тысячи задач с решениями. Это, безусловно, полезные ресурсы, и их можно использовать в процессе подготовки. Но как научиться самому решать задачи? Ведь умение самостоятельно работать и принимать обдуманные решения — ценное качество, обладатели которого обычно и достигают карьерного успеха. Взявшись за данное пособие, у вас появляется возможность преодолеть неуверенность в собственных силах и научиться быстро решать задачи, в том числе непростые, если следовать предложенной в пособии траектории решения.

Первая часть состоит из пяти глав, включающих 14 тематических блоков, которые охватывают все разделы школьного курса физики. Каждая глава начинается краткой сводкой основных формул и определений, используемых при решении задач по теме. Нумерация формул и определений соответствует порядку следования тем в блоках данной главы. В каждом тематическом блоке содержится несколько десятков стандартных и оригинальных задач, взятых из реальных ситуаций, что позволяет школьнику легко представить себе условие задачи. После каждой задачи приводится только численный ответ. Если этот ответ сразу не получается, нужно заглянуть в раздел «Указания к решению задач», который находится в конце каждой главы. В нем к каждой задаче разбирается физическая ситуация и приводится ссылка на необходимые для ее решения формулы в начале главы (например, «использовать 2-й закон Ньютона в импульсной форме (1.1.4.2)). Таким образом, сначала вы пробуете понять сюжет и физический смысл задачи, потом выстраиваете логику ее решения и переводите эту последовательность мысленных действий на математический язык, ну и в конечном итоге получаете ответ. Если он не сходится с приведенным ответом, сравните ход своих рассуждений и вычислений с предлагаемыми в указании. Такое «почти самостоятельное» решение задач особенно по-

лезно в начале подготовки, когда нужно преодолеть неуверенность в собственных силах. Поскольку в нынешних условиях школьник не может позволить себе роскошь обдумывать задачу слишком долго, если за 20–30 мин ему не удалось найти ответ даже с помощью подсказки в указаниях, тогда уже следует заглянуть во вторую часть пособия, где приведены подробные решения всех задач. Для закрепления полезно также отметить номер задачи, вызвавшей затруднения, и вернуться к ней через одну-две недели.

Для преподавателей физики в школе пособие может быть интересно тем, что в нем обращается внимание на некоторые распространенные ошибки в известных задачниках по физике для школы.

# ВВЕДЕНИЕ. ВЕКТОРЫ В ФИЗИКЕ

Векторы как удобная система обозначений и правила работы с ними появились в середине XIX в. Основатели физики — Ньютон, Галилей — не использовали векторы.

Для наших целей можно смотреть на векторы как на отрезки со стрелкой на одном конце, правила обращения с которыми придуманы, как придуманы правила игры в шахматы, например, конь ходит буквой «Г». Разница между этими «придумками» в том, что шахматные правила не используются нигде, кроме шахмат, а правила обращения с векторами отражают поведение физических величин — сил, скоростей, напряженностей полей и упрощают описание физической картины.

Вектор характеризуется длиной отрезка (модулем вектора) и направлением. Два вектора  $\vec{A}$  и  $\vec{B}$  считаем равными и записываем  $\vec{A} = \vec{B}$ , если совпадают их модули  $A = B$  и направления. Буква со стрелкой обозначает вектор, а та же буква без стрелки — его модуль, положительное число. На рис. В1 модуль вектора  $\vec{C}$  равен модулю вектора  $\vec{A}$ , т.е.  $C = A$ . Но это не равные векторы,  $\vec{C} \neq \vec{A}$ , из-за того, что у них разные направления. Вектор  $\vec{D}$  направлен, как вектор  $\vec{A}$ , но его модуль больше, чем модуль вектора  $\vec{A}$ , и потому  $\vec{D} \neq \vec{A}$ . Вектор  $\vec{E}$ , модуль которого такой же, как у вектора  $\vec{A}$ , а направление противоположное, считаем связанным с  $\vec{A}$  соотношением  $\vec{E} = -\vec{A}$ .

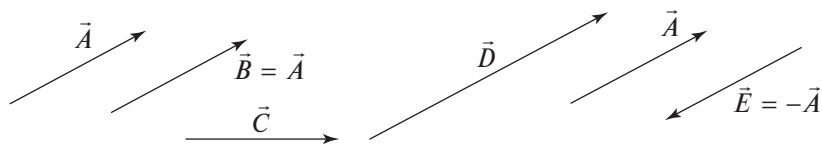


Рис. В1

## Сложение векторов

Сформулируем основное правило, благодаря которому векторы находят применение в физике. Вектор  $\vec{C}$  называется суммой вектора  $\vec{A}$  и вектора  $\vec{B}$ ,  $\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$ , если он построен, как на рис. В2, *a* (правило параллелограмма), или, что эквивалентно, как на рис. В2, *б* (правило треугольника).



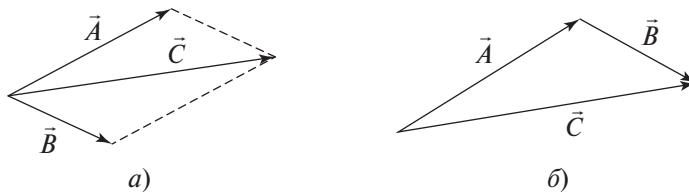


Рис. В2

Вектор  $\vec{D}$ , равный разности вектора  $\vec{A}$  и вектора  $\vec{B}$ , определяется как сумма вектора  $\vec{A}$  и вектора  $(-\vec{B})$ :  $\vec{D} = \vec{A} - \vec{B} = \vec{A} + (-\vec{B})$ . Он находится как вторая диагональ параллелограмма, построенного на векторах  $\vec{A}$  и  $\vec{B}$  (рис. В3). Стрелка вектора разности ставится около вектора-уменьшаемого (правило «уколи уменьшаемое»).

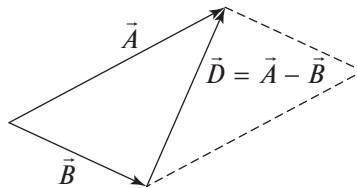


Рис. В3

Приведем пример использования векторов в физике. Два трактора равномерно перемещают по земле контейнер с помощью тросов. Угол между тросами  $\alpha = 60^\circ$ . В тросах имеются встроенные динамометры, которые показывают натяжения тросов 3 кН и 4 кН соответственно. Спрашивается, можно ли заменить два трактора одним, обеспечив такое же перемещение контейнера? И если можно, то как должен быть ориентирован единственный трос от одного трактора и каково натяжение этого троса? Ответ на поставленные физические вопросы дает эксперимент, который показывает, что «работает» правило сложения векторов. То есть нужно представить силы как векторы, направленные вдоль тросов, с модулями 3 кН и 4 кН. Дальше найти результирующий вектор по правилу сложения векторов, т.е. модуль их суммы, равный длине диагонали параллелограмма, и направление вдоль этой диагонали как направление движения троса. Динамометр, встроенный в этот трос, покажет величину натяжения, соответствующую длине диагонали, — около 6 кН, согласно теореме косинусов.

Этот пример показывает, что правило сложения векторов не только соответствует нашему воображению, как правила игры в шахматы, но

и подстроено и подогнано так, чтобы описывать реальные эксперименты. Удивительно, что описание с помощью векторов удобно для разных физических величин — сил, перемещений, скоростей, напряженностей электрического и магнитного полей.

### О проекции вектора на ось

Пусть имеются вектор  $\vec{A}$  и координатная ось  $x$  (рис. В4). Векторы, о которых мы говорим, свободные, т.е. их можно перемещать параллельно самим себе. Переместим вектор  $\vec{A}$  так, чтобы его начало оказалось на оси  $x$ , и опустим перпендикуляр из конца вектора на ось (рис. В5).



Рис. В4

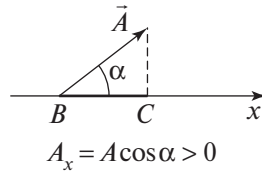


Рис. В5

Проекцией  $A_x$  вектора  $\vec{A}$  на ось  $x$  называют величину  $A_x = A \cos \alpha$ . Если угол  $\alpha$  острый, косинус положительный, величина проекции положительная и равна длине отрезка  $BC = A_x$ . В случае прямого угла  $\alpha = 90^\circ$  проекция вектора на ось обращается в ноль (рис. В6). При углах из интервала  $90^\circ < \alpha < 270^\circ$  косинус отрицательный и проекция тоже отрицательная (рис. В7). Во многих задачах приходится брать проекции вектора сразу на две оси, как правило, перпендикулярные друг другу, хотя и не всегда (рис. В8). Иногда удобнее вместо двух проекций, т.е. двух алгебраических чисел, соответствующих данному вектору, представить вектор как сумму двух взаимно перпендикулярных векторов — говорят «разложить вектор на две составляющие».

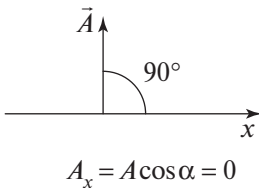


Рис. В6

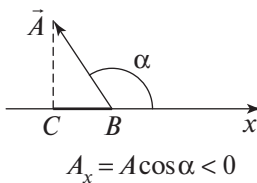


Рис. В7

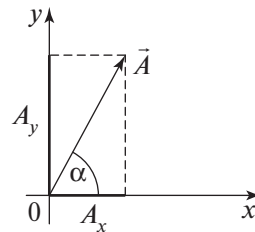


Рис. В8

Например, бывает полезно силу тяжести  $m\vec{g}$  тела, лежащего на наклонной плоскости, представить как сумму двух сил: скатывающей силы  $\vec{F}_{\text{ск}}$ , направленной вдоль наклонной плоскости вниз, и силы нормального давления  $\vec{N}$ , направленной перпендикулярно наклонной плоскости:  $m\vec{g} = \vec{F}_{\text{ск}} + \vec{N}$  (рис. В9).

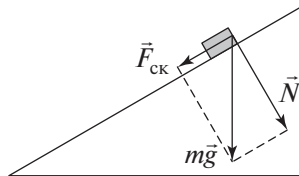


Рис. В9

## Умножение векторов

Векторы можно не только складывать и вычитать, но и умножать друг на друга. Мы рассмотрим два способа умножения векторов.

1. **Скалярное произведение векторов.** По определению скалярным произведением двух векторов  $\vec{B}$  и  $\vec{C}$  называется число  $A$  (не вектор, а скаляр), равное произведению модулей векторов  $B$  и  $C$  и косинуса угла  $\alpha$  между векторами:

$$A = \vec{B} \cdot \vec{C} \equiv B \cdot C \cdot \cos\alpha.$$

Из определения видно, что скалярное произведение может быть положительным, отрицательным или равным нулю. В физике с помощью скалярного произведения определяют работу силы. Если при действии на тело постоянной силы  $\vec{F}$  оно переместилось на величину  $\vec{s}$ , то работа  $A$  силы при этом перемещении по определению равна  $A \equiv Fs \cos\alpha$ . Угол  $\alpha$  здесь — это угол между векторами  $\vec{F}$  и  $\vec{s}$ .

Скалярное произведение векторов можно выразить не через модули и угол, а через проекции векторов на оси прямоугольной (декартовой) системы координат:

$$A = \vec{B}\vec{C} = BC \cos\alpha = B_x C_x + B_y C_y + B_z C_z.$$

2. **Векторное произведение.** Векторным произведением  $\vec{v}$  и  $\vec{B}$  называется вектор  $\vec{F} = \vec{v} \times \vec{B}$ , модуль которого равен произведению модулей  $v$  и  $B$  и синуса угла  $\alpha$  между этими векторами:  $F \equiv vB \sin\alpha$ . По определению вектор  $\vec{F}$  направлен перпендикулярно обоим векторам-сомножителям  $\vec{v}$  и  $\vec{B}$ . При этом, если смотреть со стороны конца вектора-произведения  $\vec{F}$ ,

ближайший поворот от первого сомножителя  $\vec{v}$  ко второму сомножителю  $\vec{B}$  должен проходить против часовой стрелки (рис. В10).

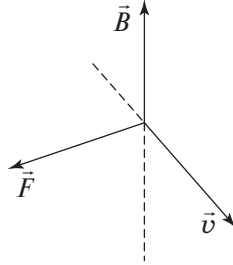


Рис. В10

В физике векторное произведение используется в механике, например, для описания моментов сил и импульсов, в электродинамике, например, для выражения силы Лоренца  $\vec{F}_L = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$ . Если при знакомстве с силой Лоренца не используется представление о векторном произведении векторов, то для указания направления силы Лоренца вводят правило левой руки. Любой вектор  $\vec{A}$  можно задать с помощью его проекций на заданную систему координатных осей. В общем случае нужно указать три проекции, но если вектор лежит в плоскости, проведенной через оси координат  $x, y$ , то для характеристики вектора хватает двух проекций —  $A_x, A_y$ .

В некоторых задачах удобно ввести единичные безразмерные векторы, направленные вдоль осей координат, — орты. Стандартные обозначения ортов:  $\vec{i}$  для единичного вектора вдоль оси  $x$  и  $\vec{j}$  для орта, направленного вдоль оси  $y$  (рис. В11). Если используется и третья ось координат  $z$ , орт вдоль этой оси обозначается  $\vec{k}$ .

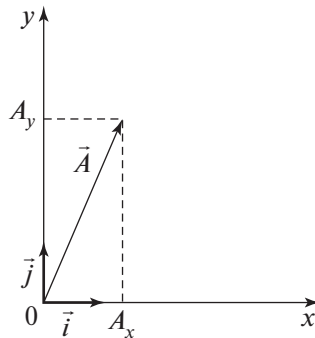


Рис. В11

Произвольные векторы  $\vec{A}$ ,  $\vec{B}$  с помощью ортов можно записать так:

$$\vec{A} = A_x \vec{i} + A_y \vec{j}, \quad \vec{B} = B_x \vec{i} + B_y \vec{j}.$$

Найдем скалярное произведение  $\vec{A}\vec{B}$  векторов:

$$\vec{A}\vec{B} = (A_x \vec{i} + A_y \vec{j})(B_x \vec{i} + B_y \vec{j}) = A_x \vec{i} B_x \vec{i} + A_x \vec{i} B_y \vec{j} + A_y \vec{j} B_x \vec{i} + A_y \vec{j} B_y \vec{j}. \quad (1)$$

Ответ содержит скалярные произведения ортов  $\vec{i}\vec{i}$ ,  $\vec{j}\vec{j}$ ,  $\vec{i}\vec{j}$ . Орты перпендикулярны друг другу, поэтому скалярное произведение двух разных ортов равно нулю:

$$\vec{i}\vec{j} = ij \cos 90^\circ = 0. \quad (2)$$

Скалярные «квадраты» ортов, т.е. произведения одинаковых векторов, равны единице:

$$\vec{i}\vec{i} = 1 \cdot 1 \cdot \cos 0^\circ = 1, \quad \vec{j}\vec{j} = 1 \cdot 1 \cdot \cos 0^\circ = 1. \quad (3)$$

С учетом (2), (3) для скалярного произведения (1) имеем

$$\vec{A}\vec{B} = A_x B_x + A_y B_y. \quad (1a)$$

*Вывод.* Для скалярного произведения векторов получено выражение через проекции векторов (1a). Зная проекции, можно найти скалярное произведение векторов, не рассматривая угол между ними.

### Примеры

1. Модули векторов  $A$ ,  $B$ ,  $C$  на рис. В12 равны 45, 90, 120 соответственно:

а) чему равен модуль вектора  $\vec{D}$ , равного сумме этих векторов  $\vec{D} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C}$ ?

б) чему равны углы  $\alpha$  и  $\beta$ ?

в) чему равно скалярное произведение  $\vec{A}\vec{C}$  векторов  $\vec{A}$  и  $\vec{C}$ ?

г) чему равен модуль вектора  $\vec{F}$ , равного векторному произведению  $\vec{A} \times \vec{C} = \vec{F}$  векторов  $\vec{A}$  и  $\vec{C}$ ?

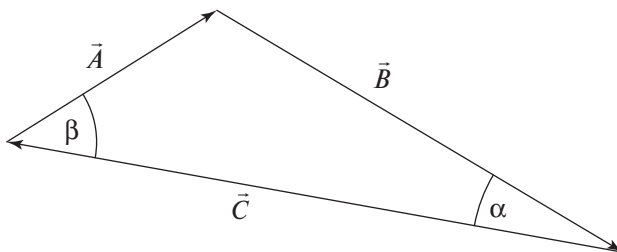


Рис. В12

д) чему равна площадь треугольника, построенного на векторах  $\vec{A}$ ,  $\vec{B}$ ,  $\vec{C}$ ?

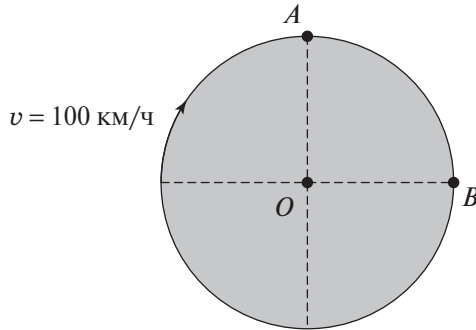


Рис. В13

2. Автомобиль едет по круговой дорожке вокруг стадиона со скоростью  $v = 100 \text{ км/ч}$  (рис. В13). Нарисовать вектор разности скоростей  $\vec{v}_B - \vec{v}_A$  в точках  $A$  и  $B$  и вычислить модуль этого вектора.

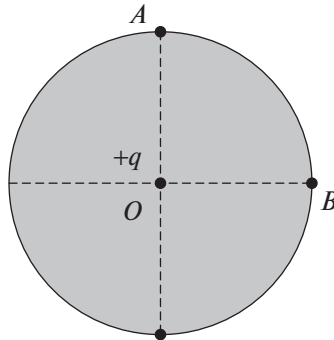





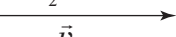
Рис. В14

3. На столе в точке  $O$  расположен точечный электрический заряд  $+q$  (рис. В14). Нарисовать векторы  $\vec{E}_A$ ,  $\vec{E}_B$ ,  $\vec{E}_C$  напряженности поля в точках  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и вектор суммы этих векторов.

4. Магнитное поле направлено перпендикулярно плоскости рисунка от нас (рис. В15). Электрон и альфа-частица влетают в поле с одинаковыми скоростями  $\vec{v}$  в плоскости рисунка. Изобразить векторы сил Лоренца, действующих на электрон и на альфа-частицу.

$\vec{B}$  

  $\vec{v}$   ${}^0_{-1}e$  

  ${}^4_2\text{He}$   $\vec{v}$  

**Рис. В15**

# **Часть 1**

## **ЗАДАЧИ И ПОДСКАЗКИ**



# 1. МЕХАНИКА

## 1.1. Основные формулы и определения

### 1.1.1. Кинематика

**1.1.1.1.** Систему отсчета образуют тело отсчета, жестко связанная с ним система координатных осей и часы (рис. 1.1).

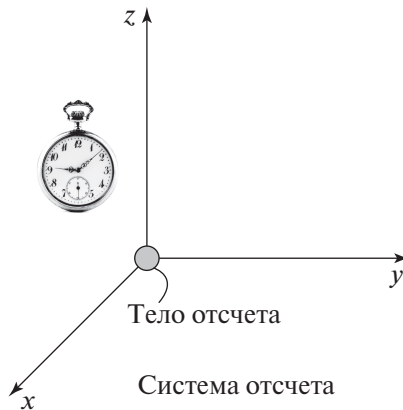


Рис. 1.1

**1.1.1.2.** Положение тела (материальной точки) в пространстве можно задавать координатами  $x(t)$ ,  $y(t)$ ,  $z(t)$ , или радиус-вектором  $\vec{r}(t)$  (рис. 1.2). Разность  $\Delta\vec{r} \equiv \vec{s} \equiv \vec{r}(t + \Delta t) - \vec{r}(t)$  называется *перемещением тела*  $\vec{s}$ .

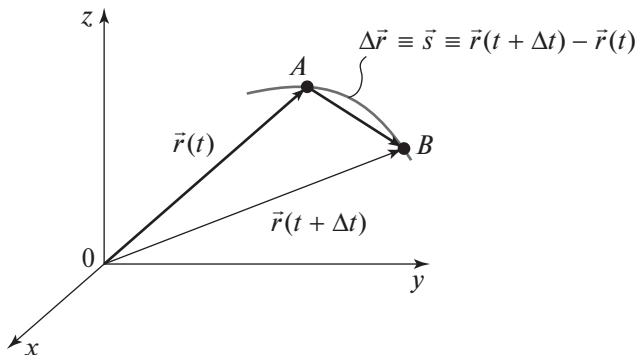


Рис. 1.2

Этой же буквой  $s$  часто обозначают *путь тела* — длину пройденного участка траектории. Путь — скалярная положительная величина, со временем может только возрастать или оставаться постоянной, в отличие от модуля вектора перемещения, который может и уменьшаться. Знак тождественности  $\equiv$  используется, когда соотношение вводится по определению. *Проекция радиус-вектора тела на оси координат* — это координаты тела  $x(t)$ ,  $y(t)$ ,  $z(t)$ . При произвольном движении по прямой используется только одна координата, по плоскости — две координаты, в пространстве — три координаты. Зависимость координаты от времени называют *уравнением движения* или *законом движения*. Буквы  $r$ ,  $s$ ,  $v$ ,  $a$  без стрелочек над ними означают модули соответствующих векторов, т.е. положительные величины. Проекции векторов могут быть любого знака.

### 1.1.1.3.

А. *Вектор средней скорости* за промежуток времени  $\Delta t$ :

$$\vec{v}_{\text{ср}} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}.$$

*Мгновенная скорость* в момент времени  $t$ :

$$\vec{v}(t) = \left. \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \right|_{\Delta t \rightarrow 0} \equiv \vec{r}'(t).$$

*Средняя путевая скорость*, скаляр:

$$v_{\text{ср.путевая}} \equiv \frac{s}{t} = \frac{\text{Весь путь}}{\text{Все время}}.$$

Б. *Классический закон сложения скоростей*:

$$\vec{v}(t)_{\text{абс}} = \vec{v}(t)_{\text{пер}} + \vec{v}(t)_{\text{отн}},$$

где  $\vec{v}(t)_{\text{абс}}$  — скорость слона относительно неподвижного наблюдателя;  $\vec{v}(t)_{\text{отн}}$  — его скорость относительно подвижной системы (автомобиля);  $\vec{v}(t)_{\text{пер}}$  (переносная) — скорость подвижной системы (рис. 1.3). Три скорости связаны как радиус-векторы.

Подвижная система считается движущейся поступательно. Если подвижная система вращается, то за переносную скорость берем скорость той точки подвижной системы, через которую наблюдаемое тело проходит в данный момент времени.

1.1.1.4. *Среднее ускорение* за промежуток времени  $\Delta t$ :

$$\vec{a}_{\text{ср}} \equiv \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t};$$

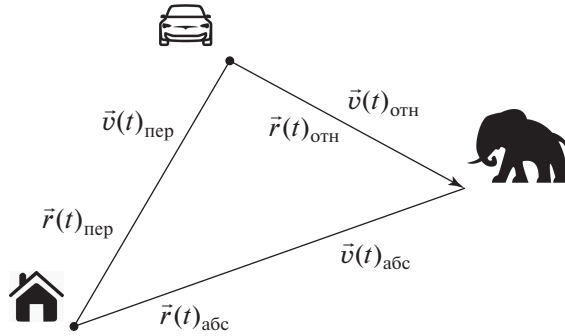


Рис. 1.3

Мгновенное ускорение в момент времени  $t$ :

$$\vec{a}(t) \equiv \left. \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \right|_{\Delta t \rightarrow 0} \equiv \vec{v}'(t).$$

Если ускорение  $\vec{a}$  не зависит от времени, для скорости  $\vec{v}(t)$  и вектора перемещения  $\Delta \vec{r}(t)$  справедливы соотношения

$$\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{a}t, \quad \Delta \vec{r}(t) = \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a}t^2}{2}, \quad v^2 - v_0^2 = 2\vec{a} \cdot \Delta \vec{r}.$$

При движении по прямой в одну сторону

$$v^2 - v_0^2 = 2as,$$

где  $s$  — пройденный путь.

Сложение ускорений в случае, когда подвижная система движется поступательно:

$$\vec{a}_{\text{абс}} = \vec{a}_{\text{отн}} + \vec{a}_{\text{пер}}.$$

Если подвижная система вращается, то связь ускорений более сложная. В таком виде она применима для вращающейся системы в частном случае, когда  $\vec{v}_{\text{отн}} = 0$ .

**1.1.1.5.** *Равномерное прямолинейное движение* вдоль оси  $x$ :

$$x(t) = x_0 + v_x t, \quad v_x = \text{const}, \quad a_x = 0.$$

**1.1.1.6.**

А. *Прямолинейное движение с постоянным ускорением*  $a_x$  вдоль оси  $x$ :

$$x(t) = x_0 + v_{x_0} t + \frac{a_x t^2}{2}, \quad v_x(t) = v_{x_0} + a_x t,$$

$$v_x^2 - v_{0x}^2 = 2a_x(x - x_0), \quad v_{x_{\text{cp}}} = \frac{v_{1x} + v_{2x}}{2}.$$

Б. Произвольное прямолинейное движение вдоль оси  $x$ :

$$x = x(t), \quad v_x(t) = x'(t), \quad a_x(t) = v'_x(t) = x''(t).$$

### 1.1.1.7.

А. Движение тела, брошенного вертикально вверх или вниз с высоты  $h_0$ . Ось  $y$  направлена вверх, начало на земле:

$$y(t) = h_0 + v_{0y}t - \frac{gt^2}{2}, \quad v_y(t) = v_{0y} - gt,$$

$$v_y^2(h) - v_y^2(h_0) = 2g(h_0 - h), \quad s_n = g\tau^2 \frac{2n-1}{2} = 5 \cdot (2n-1).$$

Тело падает без начальной скорости.  $s_n = (5 \text{ м}, 15 \text{ м}, 25 \text{ м}, 35 \text{ м}, \dots)$  — путь, пройденный за  $n$ -ю секунду,  $\tau = 1 \text{ с}$ .

Б. Движение тела, брошенного со скоростью  $\vec{v}_0$  под углом  $\alpha$  к горизонту. Начало системы координат  $x, y$  в точке вылета тела:

$$\vec{r}(t) = \vec{v}_0 t + \frac{\vec{g}t^2}{2}, \quad \vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{g}t, \quad x(t) = v_0 \cos \alpha \cdot t,$$

$$v_x = v_0 \cos \alpha, \quad y(t) = v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2}, \quad v_y = v_0 \sin \alpha,$$

где  $\tau = 2v_0 \frac{\sin \alpha}{g}$  — время полета тела;  $L = v_0^2 \frac{\sin 2\alpha}{g}$  — дальность полета тела;

$H = v_0^2 \frac{\sin^2 \alpha}{2g} = L \frac{\text{tg} \alpha}{4}$  — максимальная высота при полете.

Уравнение траектории полета (параболы):  $y(x) = x \text{tg} \alpha - \frac{gx^2}{2v_0^2 \cos^2 \alpha}$ .

Дальность полета тела, брошенного на высоте  $H$ :

$$L = v_0^2 \frac{\sin 2\alpha}{2g} + v_0 \frac{\cos \alpha \sqrt{2gH + v_0^2 \sin^2 \alpha}}{g}.$$

### 1.1.1.8. Движение по окружности.

Угловая скорость  $\omega$  тела, движущегося по окружности:

$$\omega \equiv \frac{\Delta\varphi}{\Delta t},$$

где  $\Delta\varphi$  — дуга в радианах, которую проходит тело за промежуток времени  $\Delta t$ .