

Борис Кордемский

327

**МАТЕМАТИЧЕСКИХ
СМЕКАЛОК**

**Занимательные задачи,
математические игры,
головоломки, шутки и фокусы**

Москва
Мир и Образование

ПРЕДИСЛОВИЕ

Настоящее издание представляет собой современное переиздание одноименной книги мэтра отечественной научно-популярной литературы Б. А. Кордемского (1907—1999). Эта книга неоднократно переиздавалась как в нашей стране, так и за рубежом, в течение многих лет она была и остается настольной книгой многих поколений учащихся, а также всех тех, кто увлекается математикой независимо от возраста и желает потренировать свои мышление, находчивость и изобретательность. Книга представляет собой сборник математических миниатюр — разнообразных занимательных задач, математических игр, шуток и фокусов, тренирующих и шлифующих мышление читателя.

Цель данной книги состоит в том, чтобы влюбить тех, кто ею пользуется, в древнейшую, но вечно цветущую науку — математику, мир которой полон неразгаданных и разгаданных тайн, удивительных и драматических явлений, захватывающих событий и поразительных открытий.

Легкий юмор фабулы, неожиданность ситуации в условии задачи и развязке при ее решении, стройность геометрических форм, изящество решения, в котором сочетаются простота и оригинальность методов его получения, — вот основные элементы эстетики занимательных задач «на смекалку» и одновременно возбудители сил притяжения внимания мыслящего человека.

При написании книги автор отбирал и обрабатывал многочисленные задачи, содержащиеся в отечественной и зарубежной научно-популярной литературе, и систематизировал эти задачи по главам (хотя систематизация весьма условна). Многие задачи были составлены и решены самим автором.

В конце книги приводятся ответы и подробные решения ко всем задачам, но, по мнению автора, не следует торопиться заглядывать в них. Если решить какую-то задачу не удастся сразу, то можно про-

пустить ее и перейти к другой, а к пропущенной задаче вернуться позже.

Настоящая книга не предназначена для легкого чтения «в один присест», а требует работы на протяжении, быть может, ряда лет, это — книга для регулярной умственной гимнастики небольшими порциями, помощник читателя в его постепенном математическом развитии.

Весь материал книги подчинен воспитательной и образовательной цели: побудить читателя к самостоятельному творческому мышлению, к дальнейшему совершенствованию своих математических знаний.

Желаем вам успеха!

А. М. Суходский

«Книга — книгой,
А мозгами двигай»

В. Маяковский

Глава 1

ЗАТЕЙНЫЕ ЗАДАЧИ

Раздел А

Проверьте свою смекалку сначала на таких задачах, для решения которых требуются лишь настойчивость, терпение, сообразительность и умение складывать, вычитать, умножать и делить целые числа.

1 Наблюдательные школьники

Школьники — мальчик и девочка — только что произвели метеорологические измерения.

Теперь они отдыхают на пригорке и смотрят на проходящий мимо них товарный поезд.

Паровоз на подъеме отчаянно дымит и пыхтит. Вдоль полотна железной дороги ровно, без порывов дует ветер.

— Какую скорость ветра показали наши измерения? — спросил мальчик.

— 7 метров в секунду.

— Сегодня мне этого достаточно, чтобы определить, с какой скоростью идет поезд.

— Ну да? — усомнилась девочка.

— А ты присмотришься повнимательнее к движению поезда.

Девочка немного подумала и тоже сообразила, в чем тут дело.



Рис. 1

А увидели они в точности то, что изображено на рис. 1. С какой же скоростью шел поезд?

2 Каменный цветок

Помните талантливого умельца мастера Данилу из сказки П. Бажова «Каменный цветок»?

Рассказывают, что Данила, будучи еще учеником, выточил два таких цветка (рис. 2), листья, стебли и лепестки которых разнимались, а из образовавшихся частей цветков можно было сложить пластинку в форме круга.

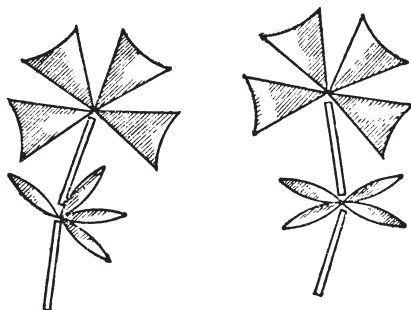


Рис. 2

Попробуйте! Перерисуйте цветочки на бумагу или картон, вырежьте лепестки, стебли и листья и сложите круг.

3 Перемещение шашек

Положите на стол 6 шашек в ряд попеременно – черную, белую, еще черную, еще белую и т. д. (рис. 3).

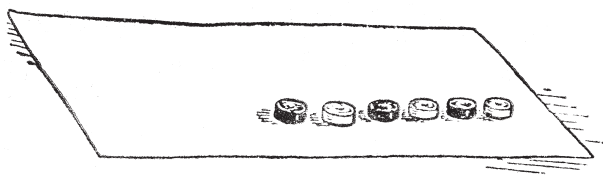


Рис. 3

Справа или слева оставьте свободное место, достаточное для четырех шашек.

Требуется переместить шашки так, чтобы слева оказались все белые, а вслед за ними все черные. При этом перемещать на свободное место нужно сразу две рядом лежащие шашки, не меняя порядка, в котором они лежат. Для решения задачи достаточно сделать три перемещения (три хода)*.

Если у вас нет шашек, воспользуйтесь монетами или нарежьте кусочки бумаги, картона.

4 В три хода

Положите на стол три кучки спичек. В одну кучку положите 11 спичек, в другую – 7, а в третью – 6. Перекладывая спички из любой кучки в любую другую, нужно сравнять все три кучки, чтобы в каждой было по 8 спичек. Это возможно, так как общее число спичек (24) делится на 3 без остатка; при этом требуется соблюдать такое правило: к любой кучке разрешается добавлять ровно столько спичек, сколько в ней есть. Например, если в кучке 6 спичек, то и добавить к ней можно только 6; если в кучке 4 спички, то и добавить к ней можно только 4.

Задача решается в три хода.

* Тема этой задачи получает дальнейшее развитие в гл. 2 (см. задачи 88 и 89).

5 Сосчитайте!

Проверьте свою геометрическую наблюдательность: сосчитайте, сколько треугольников в фигуре, изображенной на рис. 4.

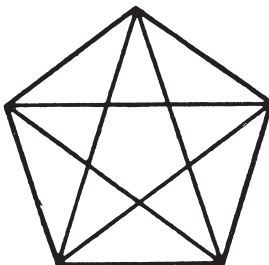


Рис. 4

6 Путь садовника

На рис. 5 изображен план небольшого яблоневого сада (точки — яблони). Садовник обработал все яблони подряд. Он начал с клетки, отмеченной звездочкой, и обошел одну за другой все клетки, как занятые яблонями, так и свободные, ни разу при этом не возвращаясь на пройденную клетку. По диагоналям он не ходил и на заштрихованных клетках не был, так как там помещались различ-

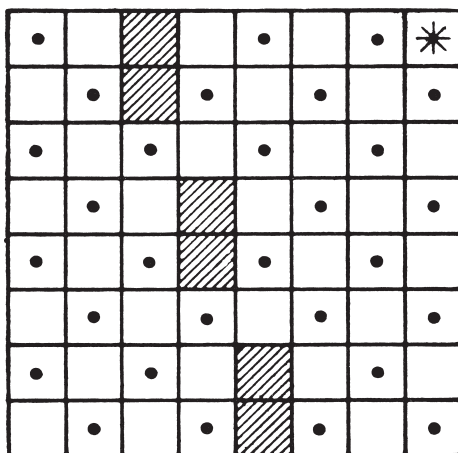


Рис. 5

ные строения. Закончив обход, садовник оказался на той же клетке, с которой начал свой путь.

Начертите в своей тетради путь садовника.

7 **Надо смекнуть**

В корзине лежат пять яблок. Как разделить эти яблоки между пятью девочками, чтобы каждая девочка получила по одному яблоку и чтобы одно яблоко осталось в корзине?

8 **Не долго думая**

Скажите, сколько в комнате кошек, если в каждом из четырех углов комнаты сидит по одной кошке, против каждой кошки сидит по три кошки и на хвосте у каждой кошки сидит по кошке?

9 **Вниз – вверх**

Мальчик плотно прижал грань синего карандаша к грани желтого карандаша. Один сантиметр (в длину) прижатой грани синего карандаша, считая от нижнего конца, запачкан краской. Желтый карандаш мальчик держит неподвижно, а синий, продолжая прижимать к желтому, опускает на 1 см, затем возвращает в прежнее положение, опять опускает на 1 см и снова возвращает в прежнее положение; так он 10 раз опускает и 10 раз поднимает синий карандаш (20 движений).

Если допустить, что за это время краска не высыхает и не истощается, то на сколько сантиметров в длину окажется запачканным желтый карандаш после 20-го движения?

10 **Переправа через реку (старинная задача)**

Небольшой воинский отряд подошел к реке, через которую необходимо было переправиться. Мост сломан, а река глубока. Как быть? Вдруг офицер замечает у берега двух мальчиков и лодку. Но лодка так мала, что на ней может переправиться только один солдат или только двое мальчиков – не больше! Однако все солдаты переправились через реку именно на этой лодке. Каким образом?

Решайте эту задачу «в уме» или практически — используя шашки, спички или что-либо в этом роде и передвигая их по столу через воображаемую реку.

11 Волк, коза и капуста

Это также старинная задача, она встречается в сочинениях VIII в. и имеет сказочное содержание.



Рис. 6

Некий человек должен был перевезти в лодке через реку волка, козу и капусту. В лодке мог поместиться только один человек, а с ним или волк, или коза, или капуста. Но если оставить волка с козой без человека, то волк съест козу, если оставить козу с капустой, то коза съест капусту, а в присутствии человека «никто никого не ел». Человек все-таки перевез свой груз через реку.

Как он это сделал?

12 Выкатить черные шарики

В узком и очень длинном желобе находятся 8 шариков: четыре черных слева и четыре белых чуть большего диаметра справа (рис. 7). В средней части желоба в стенке имеется небольшая ниша, в которой может поместиться только один шарик (любой). Два шарика могут расположиться рядом поперек желоба только в том месте, где находится ниша. Левый конец желоба закрыт, а в правом конце есть

отверстие, через которое может пройти любой черный шарик, но не белый. Как выкатить из желоба все черные шарики? Вынимать шарики из желоба не разрешается.



Рис. 7

13 Ремонт цепи

Знаете, над чем задумался молодой мастер (рис. 8)? Перед ним пять звеньев цепи, которые надо соединить в одну цепь, не используя дополнительных колец. Если, например, расковать кольцо 3 (одна операция) и зацепиться им за кольцо 4 (еще одна операция), затем расковать кольцо 6 и зацепиться за кольцо 7 и т. д., то всего получится восемь операций, а мастер стремится сковать цепь с помощью только шести операций. Ему это удалось. Как он действовал?



Рис. 8

14 Исправьте ошибку

Возьмите 12 спичек и выложите из них «равенство», изображенное на рис. 9.

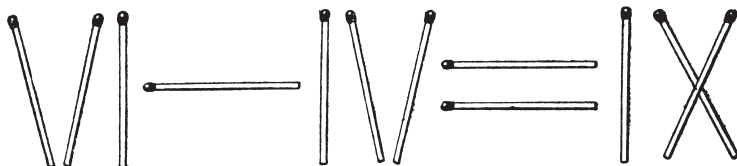


Рис. 9

Равенство, как видите, неверное, так как получается, что $6 - 4 = 9$. Переложите одну спичку так, чтобы получилось правильное равенство.

15 Две шутки

1°. На столе лежат три спички. Не прибавляя ни одной спички, сделайте из трех — четыре. Ломать спички нельзя.

2°. Вот еще аналогичная шутка. Вы можете ее предложить своему товарищу.

Положите на стол три спички и предложите товарищу добавить к ним еще две так, чтобы получилось восемь. Разумеется, ломать спички нельзя.

16 Три квадрата

Из 8 палочек (например, спичек), четыре из которых вдвое короче остальных четырех, требуется составить три равных квадрата.

17 Сколько деталей?

В токарном цехе завода вытачивают детали из свинцовых заготовок. Из одной заготовки — деталь. Стружки, получившиеся при изготовлении шести деталей, можно переплавить и получить еще одну заготовку. Сколько деталей можно сделать таким образом из 36 свинцовых заготовок?

18 Попробуйте!

В квадратном зале для танцев требуется поставить вдоль стен 10 кресел так, чтобы у каждой стены стояло кресел поровну.

19 Расстановка флажков

Ко дню пуска гидроэлектростанции нужно украсить ее снаружи со всех четырех сторон гирляндами, лампочками и флажками. Флажков немного, всего 12.

Сначала расставили их по 4 с каждой стороны, как показано на схеме (рис. 10), потом сообразили, что эти же 12 флажков можно расставить по 5 и даже по 6 с каждой стороны. Первый проект понравился больше, и решили расставить по 5 флажков.

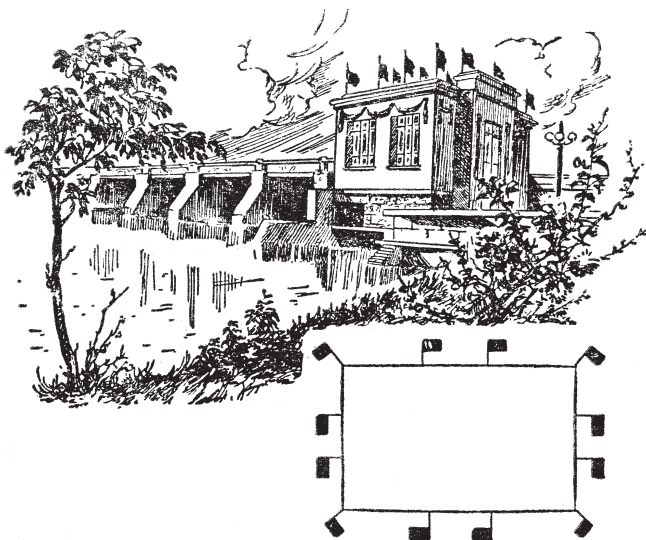


Рис. 10

Покажите на схеме, как расставили 12 флажков по 5 с каждой из четырех сторон и как могли бы их расставить по 6 флажков.

20 Сохранить четность

Возьмите 16 каких-нибудь предметов (бумажек, монет, слив или шашек) и расположите их по 4 в ряд (рис. 11). Теперь уберите 6 штук, но так, чтобы в каждом горизонтальном и в каждом вертикальном ряду осталось по четному числу предметов. Убирая разные 6 штук, можно получить разные решения.

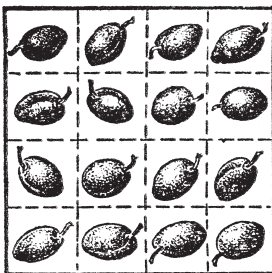


Рис. 11

21 «Волшебный» числовой треугольник

В вершинах треугольника я поместил числа 1, 2 и 3 (рис. 12), а вы разместите числа 4, 5, 6, 7, 8, 9 по сторонам треугольника так, чтобы сумма всех чисел вдоль каждой стороны треугольника была равна 17. Это нетрудно, так как я подсказал, какие числа следует поместить в вершинах треугольника.

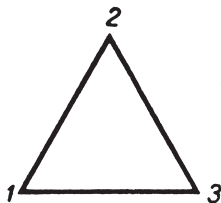


Рис. 12

Значительно дольше придется вам потрудиться, если я заранее не скажу, какие числа следует поместить в вершинах треугольника, и предложу снова разместить числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, каждое по одному разу, вдоль сторон и в вершинах треугольника так, чтобы сумма чисел на каждой стороне треугольника была равна 20.

Когда получите искомое расположение чисел, поищите еще и новые расположения. Условия задачи могут выполняться при самых разнообразных расположениях чисел.

22 Как играли в мяч 12 девочек

Двенадцать девочек стали в круг и начали играть в мяч. Каждая девочка бросала мяч своей соседке слева. Когда мяч обходил весь круг,

его перебрасывали в противоположном направлении. Через некоторое время одна девочка сказала:

— Будем лучше бросать мяч через одного человека.

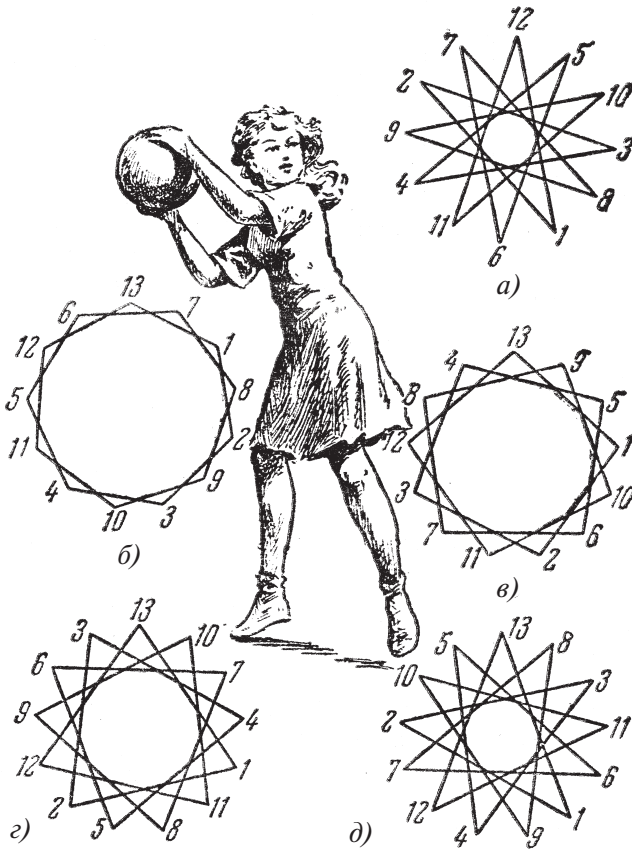


Рис. 13

— Но так как нас двенадцать, то половина девочек не будет участвовать в игре, — живо возразила Наташа.

— Тогда будем бросать мяч через двух! (Каждая третья ловит мяч.)

— Еще хуже: играть будут только четверо... Если хотите, чтобы все девочки играли, надо бросать мяч через четырех (пятая ловит). Другой комбинации нет.

— А если бросать мяч через шесть человек?

– Это будет та же самая комбинация, только мяч пойдет в противоположном направлении.

– А если играть через десять (каждая одиннадцатая ловит мяч)? – допытывались девочки.

– Таким способом мы уже играли...

Девочки стали рисовать схемы всех предлагавшихся способов игры и очень скоро убедились в том, что Наташа была права. Только одна схема игры (кроме первоначальной) охватывала всех участниц без исключения (рис. 13, *а*).

Вот если бы игравших девочек было тринадцать, то мяч можно было бы бросать и через одну (рис. 13, *б*), и через двух (рис. 13, *в*), и через трех (рис. 13, *г*), и через четырех (рис. 13, *д*), и всякий раз игра охватывала бы всех участниц. Выясните, можно ли при тринадцати играющих бросать мяч через пять человек? А можно ли бросать мяч через шесть человек при тринадцати играющих? Подумайте и для наглядности нарисуйте соответствующие схемы.

23 Четырмя прямыми

Возьмите лист бумаги и нанесите на нем девять точек так, чтобы они расположились в форме квадрата, как показано на рис. 14. Перечеркните теперь все точки четырьмя прямыми, не отрывая карандаша от бумаги.

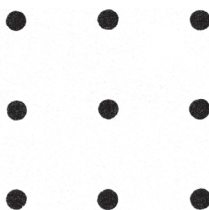


Рис. 14

24 Отделить коз от капусты

Решите теперь задачу, в некотором смысле противоположную предыдущей. Там мы соединяли точки прямыми, а здесь требуется провести три прямые так, чтобы отделить коз от капусты (рис. 15).

На рисунке в книге проводить прямые не следует. Перерисуйте схему расположения коз и капусты в тетрадь и после этого попробуйте

решить задачу. Можно совсем не проводить прямых, а воспользоваться вязальными спицами или тонкими проволочками.

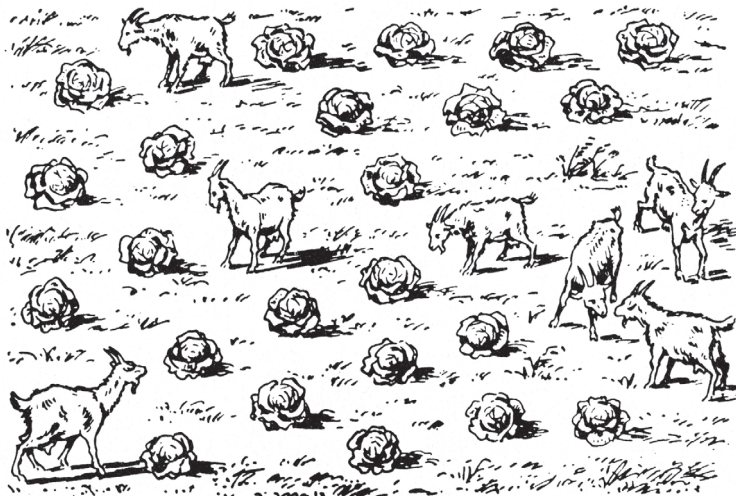


Рис. 15

25 Два поезда

Поезд вышел из Москвы в Санкт-Петербург и шел без остановок со скоростью 60 км/ч. Другой поезд вышел ему навстречу из Санкт-Петербурга в Москву и также шел без остановок, но со скоростью 40 км/ч.

На каком расстоянии будут эти поезда за 1 ч до их встречи?

26 Во время прилива (шутка)

Недалеко от берега стоит корабль со спущенной на воду веревочной лестницей вдоль борта. У лестницы 10 ступенек; расстояние между ступеньками 30 см. Самая нижняя ступенька касается поверхности воды. Океан сегодня очень спокоен, но начинается прилив, который поднимает воду за каждый час на 15 см. Через какое время покроется водой третья ступенька веревочной лесенки?

27 Циферблат

1°. Разделить циферблат часов (рис. 16) двумя прямыми на три части так, чтобы, сложив числа, в каждой части получить одинаковые суммы.

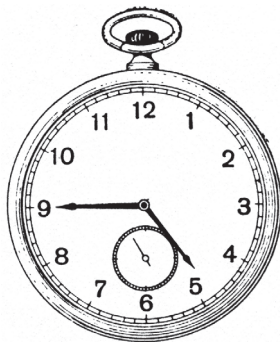


Рис. 16

2°. Можно ли этот циферблат разделить на шесть частей так, чтобы в каждой части находились два числа, причем суммы этих двух чисел в каждой из шести частей были бы равны между собой?

28 Сломанный циферблат

В музее я видел старинные часы с римскими цифрами на циферблате, причем вместо знакомой нам записи числа четыре (IV) стояли четыре палочки (IIII). Трещины, образовавшиеся на циферблате, делили его на четыре части, как изображено на рис. 17. Суммы чисел в каждой части оказались неодинаковыми: в одной — 21, в другой — 20, в третьей — 20, в четвертой — 17.

Я заметил, что при несколько ином расположении трещин сумма чисел в каждой из четырех частей циферблата была бы равна 20. При новом расположении трещин они могут и не проходить через центр циферблата. Перерисуйте циферблат в тетрадь и найдите это новое расположение трещин.

29 Три в ряд

Расположите на столе 9 пуговиц в форме квадрата по три пуговицы на каждой стороне и одну в центре (рис. 18). Если вдоль какой-нибудь прямой располагаются две пуговицы или более, то такое рас-

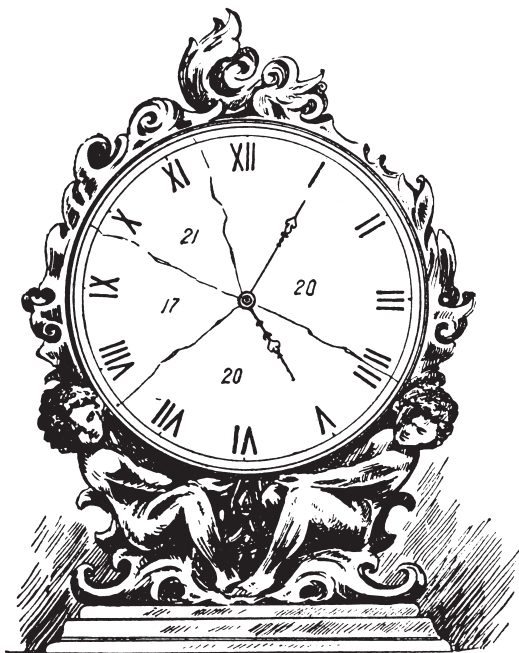


Рис. 17

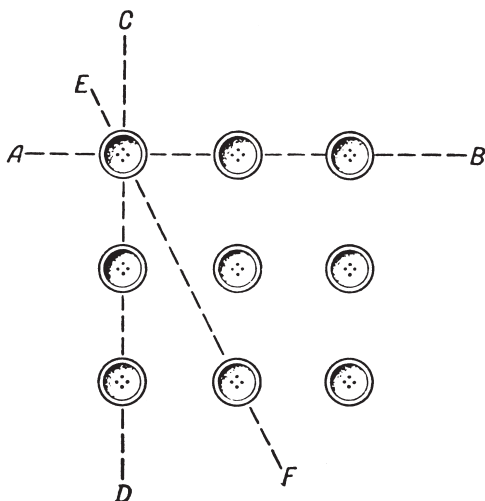


Рис. 18