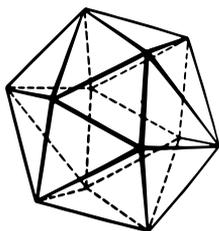


МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СМЕКАЛКА



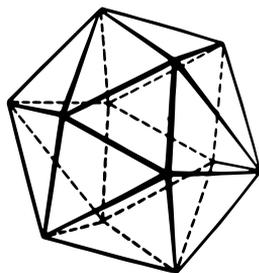
Б.А. Кордемский

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ
ГОЛОВЛОМКИ И ФОКУСЫ

Б.А. КОРДЕМСКИЙ



МАТЕМАТИЧЕСКИЕ
**ГОЛОВЛОМКИ
И ФОКУСЫ**



Москва
Издательство АСТ
Мир и Образование



УДК 51
ББК 22.1я9
К66

Все права защищены. Перепечатка отдельных глав и произведения в целом без письменного разрешения владельцев прав запрещена

Издается по лицензии
ООО «Издательство «Мир и Образование»

Научное редактирование книги и подготовка ее к изданию
выполнены А.М. Суходским

Кордемский, Борис Анастасьевич.

К66 Математические головоломки и фокусы / Б.А. Кордемский — Москва : Издательство АСТ : Мир и Образование, 2017. — 256 с.: ил. — (Математическая смекалка).
ISBN 978-5-17-104594-4 (Издательство АСТ)
ISBN 978-5-94666-842-2 (Мир и Образование)

Уже много лет задачи и математические головоломки Б.А. Кордемского (1907–1999) развлекают и обучают детей и взрослых. Его знаменитая «Математическая смекалка» многократно переиздавалась в нашей стране и за рубежом. В этот сборник вошли классические фокусы и головоломки мэтра, среди которых есть задачи со спичками, карандашами, монетами и игральными кубиками. Любители неочевидных подходов и остроумных решений будут в восторге от этих игр. «Математические головоломки и фокусы» помогут вам провести время весело и с пользой, а затем удивить своих знакомых необычными числовыми закономерностями.

УДК 51
ББК 22.1я9

ISBN 978-5-17-104594-4
(Издательство АСТ)
ISBN 978-5-94666-842-2
(Мир и Образование)

© Ничкова Н.Б., Фохт О.Б., 2017
© ООО «Издательство
«Мир и Образование», 2017

ПРЕДИСЛОВИЕ

Настоящее издание представляет собой сборник головоломок и фокусов из знаменитой книги «Математическая смекалка» мэтра отечественной научно-популярной литературы Б. А. Кордемского (1907—1999). Эта книга неоднократно переиздавалась как в нашей стране, так и за рубежом, в течение многих лет она была и остается настольной книгой многих поколений учащихся, а также всех тех, кто увлекается математикой независимо от возраста и желает потренировать свои мышление, находчивость и изобретательность. Книга представляет собой сборник математических миниатюр — разнообразных занимательных задач, математических игр, шуток и фокусов, тренирующих и шлифующих мышление читателя.

Легкий юмор фабулы, неожиданность ситуации в условии задачи и развязке при ее решении, стройность геометрических форм, изящество решения, в котором сочетаются простота и оригинальность методов его получения, — вот основные элементы эстетики занимательных задач «на смекалку» и одновременно возбудители сил притяжения внимания мыслящего человека.

При написании книги автор отбирал и обрабатывал многочисленные задачи, содержащиеся в отечественной и зарубежной научно-популярной литературе, и систематизировал эти задачи по главам (хотя систематизация весьма условна). Многие задачи были составлены и решены самим автором.

В конце книги приводятся ответы и подробные решения ко всем задачам, но, по мнению автора, не следует торопиться заглядывать в них. Если решить какую-то задачу не удастся сразу, то можно пропустить ее и перейти к другой, а к пропущенной задаче вернуться позже.

Настоящая книга не предназначена для легкого чтения «в один присест», а требует работы на протяжении, быть может, ряда лет,



это — книга для регулярной умственной гимнастики небольшими порциями, помощник читателя в его постепенном математическом развитии.

Весь материал книги подчинен воспитательной и образовательной цели: побудить читателя к самостоятельному творческому мышлению, к дальнейшему совершенствованию своих математических знаний.

Желаем вам успеха!

А. М. Суходский



ЗАТРУДНИТЕЛЬНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ

1 Кот и мыши

Кот Мурлыка сладко спит, а во сне видит себя окруженным тринадцатью мышами. Двенадцать мышей серых, а одна – белая. И слышит кот, говорит кто-то знакомым голосом: «Мурлыка, ты должен съедать каждую тринадцатую мышку, считая их по кругу все время в одном направлении, с таким расчетом, чтобы *последней* была съедена белая мышь».



Рис. 1

Но с какой мышки начать, чтобы правильно решить задачу?
Помогите Мурлыке.

2 Спички вокруг монеты

Заменяем кота монетой, а мышек — спичками. Требуется снять все спички, кроме той, которая обращена головкой к монете (рис. 2), соблюдая следующее условие: *сначала снять одну спичку, а затем, двигаясь вправо по кругу, снимать каждую тринадцатую спичку.*

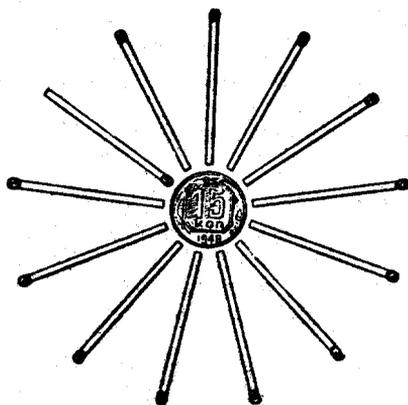


Рис. 2

Сообразите, какую спичку надо снять первой.

3 Жребий пал на чижа и малиновку

В конце летнего лагерного периода ребята решили выпустить на свободу изловленных ими пернатых обитателей полей и рощ. Всего было 20 птиц, каждая в отдельной клетке. Вожатый предложил такой порядок:

— Поставить все клетки с птицами в один ряд и, начиная слева направо, открывать каждую пятую клетку. Дойдя до конца ряда, переносить счет на начало ряда, но открытые клетки уже не считать, и так продолжать до тех пор, пока не окажутся открытыми все клетки, кроме каких-то двух последних. Птиц, находящихся в этих клетках, можно взять с собой в город.

Предложение приняли.

Большинству ребят было безразлично, каких двух птиц увезти с собой (если уж нельзя взять всех), но Тане и Алику хотелось, чтобы жребий пал непременно на чижа и малиновку. Когда они помогали расставлять клетки в ряд, вспомнили задачу о коте и

мышьяк (п. 1). Они быстро рассчитали, на какие места следует поставить клетки с чижом и малиновкой, чтобы именно эти клетки остались неоткрытыми, и поставили их на...

Впрочем, вы можете без особого труда определить сами, на какие места поставили Таня и Алик клетки с чижом и малиновкой.

4 Разложить монеты

Заготовьте 7 спичек и 6 монет. Спички разложите на столе звездочкой, как показано на рис. 3. Начиная от любой спички, отсчитайте по движению стрелки часов третью и около ее головки положите монету. Затем опять отсчитайте третью спичку в том же направлении, начиная от любой спички, против которой еще не лежит монета, и также около головки положите монету. Действуя таким образом, постарайтесь разложить все 6 монет около головок шести спичек. При отсчете спичек не следует пропускать и тех, около которых уже положена монета; начинать отсчет надо обязательно со спички, не имеющей около себя монеты; двух монет на одно место не класть.

Каким правилом надо руководствоваться, чтобы наверняка решить задачу?

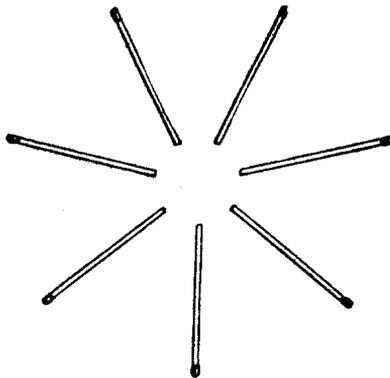


Рис. 3

5 Задача, возникшая из каприза трех девочек

Три девочки, каждая со своим папой, гуляли. Все шестеро подошли к небольшой реке и захотели переправиться с одного бере-

га на другой. В их распоряжении оказалась всего одна лодка без гребца, вмещающая только двух человек. Переправу было бы, разумеется, нетрудно осуществить, если бы девочки не заявили, что ни одна из них не согласна ехать в лодке или быть на берегу с одним или двумя чужими папами без своего папы. Девочки были маленькие, но каждая из них могла вести лодку самостоятельно.

Таким образом, неожиданно возникли дополнительные условия переправы, но ради забавы путешественники решили попытаться их выполнить. Как они действовали?

6 Дальнейшее развитие задачи

Веселая компания благополучно переправилась на противоположный берег реки и уселась отдыхать. Возник вопрос: можно ли было бы при тех же условиях организовать переправу четырех пар? Скоро выяснилось, что при сохранении условий, выдвинутых девочками (см. предыдущую задачу), переправить четыре пары можно было только при наличии лодки, вмещающей трех человек, причем всего лишь в 5 приемов.

Каким образом?

Развивая тему задачи еще дальше, путешественники нашли, что и на лодке, вмещающей только двух человек, можно переправить с одного берега на другой четырех девочек с их папами, если посреди реки есть остров, на котором можно сделать промежуточную остановку и высадиться. В этом случае для окончательной переправы требуется совершить не менее 12 переездов при соблюдении того же условия, т. е. что ни одна девочка не будет находиться ни в лодке, ни на острове, ни на берегах с чужим папой без своего папы.

Найдите и это решение.

7 Прыгающие шашки

Положите три белые шашки на квадраты 1, 2, 3 (рис. 4), а три черные — на квадраты 5, 6, 7. Пользуясь свободным квадратом 4, передвиньте белые шашки на место черных, а черные на место белых; при этом придерживайтесь следующего правила: шашки можно передвигать на соседний свободный квадрат; разрешается также и прыгать через соседнюю шашку, если за ней есть свободный квадрат. Белые и черные шашки могут двигаться на-

встречу друг другу. Ходы в обратном направлении не разрешаются. Задача решается в 15 ходов.

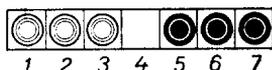


Рис. 4

8 Белое и черное

Возьмите четыре белые и четыре черные шашки (или четыре медные и четыре серебряные монеты) и положите их на стол в ряд, чередуя цвет: белую, черную, белую, черную и т. д. Слева или справа оставьте такое свободное место, на котором могли бы уместиться не более чем две шашки (монеты). Пользуясь свободным местом, можно перемещать каждый раз только по две рядом лежащие шашки (монеты), не изменяя при этом взаимного расположения. Достаточно сделать четыре таких перемещения пар шашек, чтобы оказались подряд все черные, а за ними все белые шашки. Убедитесь в этом!

9 Усложнение задачи

С увеличением числа первоначально взятых шашек (монет) задача усложняется.

Так, если вы поместите в ряд пять белых и пять черных шашек, чередуя их цвет, то потребуются 5 перемещений, чтобы расположить черные шашки с черными, а белые — с белыми.

В случае шести пар шашек потребуются 6 перемещений; в случае семи пар — 7 перемещений и т. д. Найдите решения задачи для пяти, шести и семи пар шашек.

Помните, что при первоначальной раскладке шашек следует оставлять слева (или справа) свободное место не более чем для двух шашек и перемещать каждый раз по две шашки без изменения их взаимного расположения.

10 Карточки укладываются по порядку номеров

Нарежьте из картона 10 карточек размерами 4×6 см и пронумеруйте их от 1 до 10. Сложив карточки стопкой, возьмите их в



12 МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ГОЛОВОЛОМКИ И ФОКУСЫ

руки. Начиная с верхней карточки, кладите первую карточку на стол, вторую под низ стопки, третью карточку на стол, четвертую под низ стопки. Поступайте так все время до тех пор, пока не положите на стол все карточки.

С уверенностью можно сказать, что карточки расположатся не по порядку номеров.

Подумайте, в какой последовательности надо первоначально сложить карточки в стопку, чтобы при указанной раскладке они расположились в порядке номеров от 1 до 10.

11 Две головоломки расположения

1°. Двенадцать шашек (монет, кусочков бумаги и т. д.) нетрудно расположить на столе в форме квадратной рамки по 4 шашки вдоль каждой стороны (рис. 5). Но попробуйте положить эти шашки так, чтобы вдоль каждой стороны квадрата их было по 5.

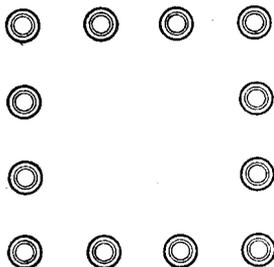


Рис. 5

2°. Разложите на столе 12 шашек так, чтобы образовалось три ряда по горизонтали и три ряда по вертикали и чтобы в каждом из этих рядов находилось по 4 шашки.

12 Отважный «гарнизон»

Отважный «гарнизон» защищает снежную крепость. Ребята отразили пять штурмов, но не сдались. В начале игры «гарнизон» состоял из 40 человек. «Комендант» снежной крепости первоначально расставил силы по схеме, показанной в квадратной рамке (в центральном квадрате — общая численность «гарнизона»).

«Противник» видел, что каждую из четырех сторон крепости защищают 11 человек. По условию игры при первом, втором, третьем и

четвертом штурмах «гарнизон» «терял» каждый раз по 4 человека. В последний, пятый штурм «неприятель» своими снежками вывел из строя еще двух человек. И все же, несмотря на потери, после каждого штурма любую из сторон снежной крепости продолжало защищать по 11 человек.

1	9	1
9	40	9
1	9	1

Как «комендант» снежной крепости расставлял силы своего гарнизона после каждого штурма?

13 Размещение подопытных кроликов

Для специальных опытов и наблюдений над кроликами изготовлена особая двухэтажная клетка по 9 секций на каждом этаже (рис. 6). Для кроликов предназначалось 16 секций (8 на верхнем этаже и 8 на нижнем), а две центральные секции были заняты приборами.

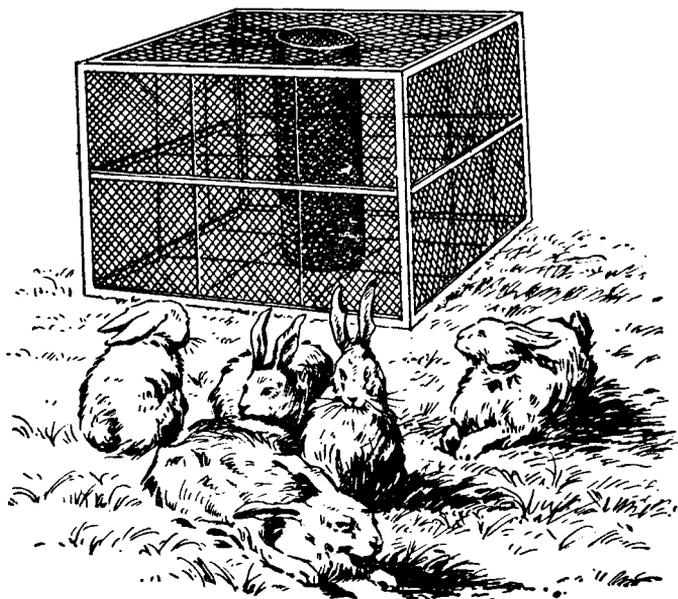


Рис. 6

14 МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ГОЛОВОЛОМКИ И ФОКУСЫ

По условиям опыта кроликов необходимо было разместить в клетке так, чтобы:

- 1) были заняты все 16 секций;
- 2) в каждой секции находилось не более трех кроликов;
- 3) на каждой из четырех боковых сторон клетки находилось ровно 11 кроликов;
- 4) в верхнем этаже было размещено вдвое больше кроликов, чем в нижнем.

Институт получил на три кролика меньше, чем ожидали. Несмотря на это, всех кроликов разместили в соответствии со всеми условиями.

Сколько кроликов первоначально предполагалось разместить в клетке и как их должны были разместить?

А как можно было разместить всех полученных кроликов?

14 Подготовка к празднику

Геометрический смысл предыдущих задач заключался в осуществлении такого расположения предметов вдоль *четырех* прямых (сторон прямоугольника или квадрата), что вдоль каждой прямой сохранялось одно и то же число предметов при изменении их общего количества.

Такое расположение достигалось благодаря тому, что все предметы, размещенные по углам, считались как бы принадлежащими каждой из сторон угла подобно тому, как точка пересечения двух прямых принадлежит каждой из них.

Если полагать, что каждый из предметов, размещаемых по сторонам фигуры, занимает некоторую точку на соответствующей стороне, то все предметы, расположенные по углам, надо воображать сосредоточенными в одной точке (в вершине угла).

Откажемся теперь от возможности пусть даже воображаемого скопления предметов в одной геометрической точке.

Будем считать, что каждый отдельный предмет (камушек, лампочка, дерево и т. п.) из числа расположенных на некоторой плоскости занимает отдельную точку этой плоскости, и не будем ограничивать себя требованием размещать эти предметы только по четырем прямым. Если эти условия дополнить еще требованием симметричности решения в каком-либо смысле, то задачи

о размещении предметов вдоль прямых приобретут дополнительный геометрический интерес. Решение таких задач приводит обычно к построению некоторой геометрической фигуры.

Например, как при изготовлении иллюминации можно бы красиво разместить 10 лампочек в 5 рядов по 4 лампочки в каждом ряду? Ответ на этот вопрос дает пятиконечная звезда, изображенная на рис. 7.

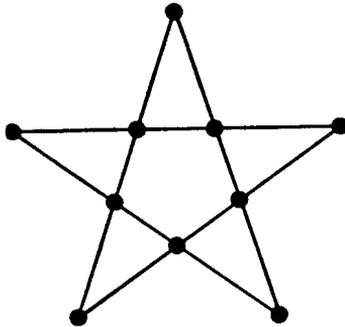


Рис. 7

Поупражняйтесь в решении аналогичных задач; старайтесь при этом добиться симметрии в требуемом расположении.

1°. Как расположить 12 лампочек в 6 рядов по четыре лампочки в каждом ряду? (Эта задача имеет два решения.)

2°. Рассадите 13 декоративных кустов в 12 рядов по три куста в каждом ряду.

3°. На треугольной площадке (рис. 8) садовник вырастил 16 роз, расположенных в 12 прямолинейных рядов по четыре розы в каж-

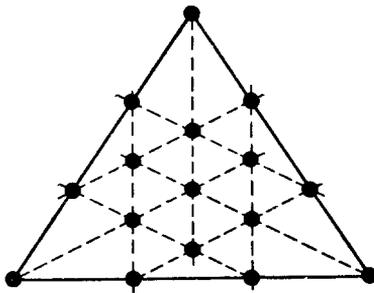


Рис. 8

16 МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ГОЛОВОЛОМКИ И ФОКУСЫ

дом ряду. Затем он приготовил клумбу и посадил туда все 16 роз в 15 рядов по четыре розы в каждом. Как он это сделал?

4°. Разместите 25 деревьев в 12 рядов по пять деревьев в каждом ряду.

15 Рассадить дубки по-другому

Красиво высажены 27 дубков по схеме, изображенной на рис. 9, в 9 рядов по 6 дубков в каждом ряду, но лесовод, несомненно, забраковал бы такую планировку. Дубу солнце нужно только сверху, а по бокам должна быть зелень.

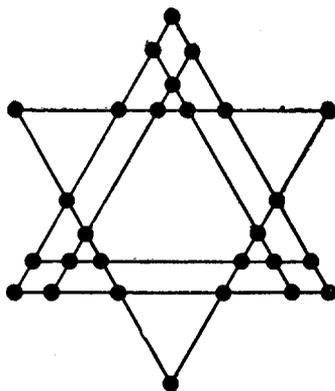


Рис. 9

Любит он, как говорится, расти в шубе, но без шапки, а тут отскочили три дубка куда-то в сторону и торчат одиноко!

Попробуйте рассадить эти 27 дубков по-другому, снова в 9 рядов по 6 дубков в каждом ряду, но так, чтобы все деревья расположились в три группы и ни одно из них не отскакивало от своей группы; сохраните и симметрию в расположении.

16 Геометрические игры

Игра первая. Расположите на столе 10 шашек (или монет, пуговиц и т. п.) в два ряда по пять штук, как показано на рис. 10.

Нужно переставить какие-либо три шашки из одного ряда и одну шашку из другого (не сдвигая с мест остальные шашки и не накладывая одну шашку на другую) так, чтобы образовалось пять прямолинейных рядов по четыре шашки в каждом ряду.